

Lineare Algebra für Informatiker und Statistiker

Aufgabe 33

Für welche Parameter $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ist das reelle lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcccccl} \lambda x & + & y & & & = & \mu \\ x & + & \lambda y & + & z & = & \mu \\ & & y & + & \lambda z & = & \mu \end{array}$$

lösbar?

Aufgabe 34 (4 Punkte)

Welche der Teilmengen $U_1, U_2, U_3, U_4 \subset \mathbb{R}^n$ ($n \geq 2$) sind Untervektorräume von \mathbb{R}^n ?

(a) $U_1 := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1 = x_2 = \dots = x_n\}$

(b) $U_2 := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n x_i = 0\}$

(c) $U_3 := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$

(d) $U_4 := \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1, \dots, x_n \in \mathbb{Z}\}$

Skizzieren Sie die Mengen U_1, \dots, U_4 im Fall $n = 2$.

Aufgabe 35 (4 Punkte)

Untersuchen Sie folgende Vektoren jeweils auf lineare Unabhängigkeit:

(a) $(1, 2, 3), (1, 1, 1), (1, 0, 1)$ im Vektorraum \mathbb{R}^3 .

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -6 & -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ im Vektorraum $\mathbb{R}^{1 \times 3}$.

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ im Vektorraum $\mathbb{R}^{2 \times 2}$.

Aufgabe 36 (4 Punkte)

Seien V und W K -Vektorräume, $f : V \rightarrow W$ linear, b_1, \dots, b_n Basis von V . Zeigen Sie:
 f injektiv $\Leftrightarrow f(b_1), \dots, f(b_n)$ linear unabhängig.

Abgabe einzeln oder zu zweit: Dienstag, 23.12.2008 bis 12⁰⁰ Uhr,
Übungskasten vor der Bibliothek im 1. Stock