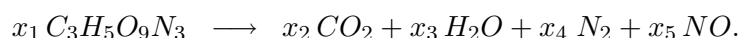


## Lineare Algebra für Informatiker und Statistiker

### Aufgabe 45 (4 Punkte)

- (a) Eine chemische Verbindung mit der Summenformel  $C_3H_5O_9N_3$  zerfällt in ein Gemisch aus  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $N_2$  und  $NO$ . Geben Sie für diese Verbindung eine chemische Reaktionsgleichung an, d.h. bestimmen Sie natürliche Zahlen  $x_1, \dots, x_5$ , so dass



Stellen Sie zur Lösung dieser Aufgabe ein lineares Gleichungssystem auf und bestimmen Sie eine geeignete Lösung.

- (b) Ist der Zerfall der chemischen Verbindung aus (a) in ein Gemisch nur aus  $CO_2$ ,  $H_2O$  und  $NO$  mit dem chemischen Massenerhaltungsgesetz vereinbar?

### Aufgabe 46 (4 Punkte)

Seien  $x, y \in \mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie:

- (a)  $\langle x, y \rangle = \frac{1}{4} (|x+y|^2 - |x-y|^2)$  .  
(b)  $|x-y|^2 = |x|^2 + |y|^2 - 2|x||y| \cos \angle(x, y)$ , falls  $x, y \neq 0$  .  
(c)  $|x+y|^2 + |x-y|^2 = 2(|x|^2 + |y|^2)$  .

### Aufgabe 47 (4 Punkte)

Betrachten Sie den Tetraeder mit den Eckpunkten  $a = (0, 0, 0)$ ,  $b = (1, 0, 0)$ ,  $c = (0, 1, 0)$  und  $d = (0, 0, 2)$ . Berechnen Sie die Winkel des Dreiecks mit den Ecken  $b, c, d$  und den Winkel zwischen den Tetraederseiten mit den Ecken  $a, b, c$  und den Ecken  $b, c, d$ .

Geben Sie die Vektoren an, die Sie ihren Winkelberechnungen zu Grunde legen, und begründen Sie ihre Wahl.

### Aufgabe 48 (4 Punkte)

Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  orthogonal. Zeigen Sie:

- (a)  $b_1, \dots, b_n$  ONB von  $\mathbb{R}^n \implies A \cdot b_1, \dots, A \cdot b_n$  ONB von  $\mathbb{R}^n$  .  
(b)  $\angle(Ax, Ay) = \angle(x, y)$  ( $x, y \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ ) .  
(c) Die orthogonalen Matrizen sind eine Untergruppe der invertierbaren Matrizen (bzgl. der Matrixmultiplikation).

**Abgabe einzeln oder zu zweit:** Dienstag, 20.1.2009 bis 12<sup>00</sup> Uhr,  
Übungskasten vor der Bibliothek im 1. Stock