

## Lineare Algebra für Informatiker und Statistiker

### Aufgabe 53 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die reellen Eigenwerte und Eigenräume folgender reeller Matrizen:

$$(a) \quad A := \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -5 & -1 & -5 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (b) \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 54 (4 Punkte)

Für welche  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  ist die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & \alpha & \beta \\ 0 & 2 & \gamma \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

diagonalisierbar?

### Aufgabe 55 (4 Punkte)

Bestimmen Sie für  $\varphi \in \mathbb{R}$  die reellen bzw. komplexen Eigenwerte und Eigenvektoren der Drehmatrix

$$Q := \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 56 (4 Punkte)

Sei  $K = \mathbb{R}$  oder  $K = \mathbb{C}$  und  $A, B \in K^{n \times n}$ . Zeigen Sie:

- (a) Ist  $A$  oder  $B$  invertierbar, so gilt  $\chi_{A \cdot B} = \chi_{B \cdot A}$  und  $A \cdot B$  besitzt dieselben Eigenwerte wie  $B \cdot A$ .

$$(b) \quad \det \begin{pmatrix} \lambda \cdot E_n & A \\ B & E_n \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} E_n & B \\ A & \lambda \cdot E_n \end{pmatrix} \quad (\lambda \in K)$$

und folgern Sie (a) ohne die Voraussetzung  $A$  oder  $B$  invertierbar.

(Hinweis: Geeignete Zeilen- und Spaltenvertauschungen; Aufgabe 52b.)

**Abgabe einzeln oder zu zweit:** Dienstag, 3.2.2009 bis 12<sup>00</sup> Uhr,  
Übungskasten vor der Bibliothek im 1. Stock