

## Lineare Algebra für Informatiker und Statistiker

### Aufgabe 37 (4 Punkte)

Sei  $V := \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  der Vektorraum der Abbildungen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Zeigen Sie für die Teilmengen  $U_1 := \{f \in V : \forall x \in \mathbb{R} : f(-x) = f(x)\}$  und  $U_2 := \{f \in V : \forall x \in \mathbb{R} : f(-x) = -f(x)\}$ :

- (a)  $U_1$  und  $U_2$  sind Untervektorräume von  $V$ ,
- (b)  $U_1 + U_2 = V$  und  $U_1 \cap U_2 = \{0\}$ .

### Aufgabe 38 (4 Punkte)

Sei  $V$  ein  $\mathbb{R}$ -Vektorraum mit der Basis  $b_1, b_2, b_3, b_4$  und  $U := \text{span}(a_1, a_2, a_3)$  mit  $a_1 = 2 \cdot b_1 - b_2$ ,  $a_2 = b_2 + b_3 + b_4$  und  $a_3 = b_3 - b_4$ .

- (a) Zeigen Sie:  $a_1, a_2, a_3$  ist Basis von  $U$ .
- (b) Ergänzen Sie  $a_1, a_2, a_3$  zu einer Basis von  $V$ .

### Aufgabe 39 (4 Punkte)

Sei  $\lambda \in \mathbb{C}$  und  $A = \begin{pmatrix} 1+i & 1-i & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -i & \lambda+i & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ . Bestimmen Sie diejenigen Werte von  $\lambda$ , für die  $A$  invertierbar ist.

### Aufgabe 40 (4 Punkte)

Sei  $V$  ein  $K$ -Vektorraum und  $U_1, U_2$  Untervektorräume von  $V$ . Zeigen Sie:

$$U_1 \cup U_2 \text{ Untervektorraum von } V \iff U_1 \subset U_2 \text{ oder } U_2 \subset U_1.$$

(Hinweis zu “ $\Rightarrow$ ”: Betrachten Sie die Widerspruchsannahme  $U_1 \setminus U_2 \neq \emptyset \wedge U_2 \setminus U_1 \neq \emptyset$ .)

**Abgabe einzeln oder zu zweit:** Mittwoch, 7.1.2009 bis 12<sup>00</sup> Uhr,  
Übungskasten vor der Bibliothek im 1. Stock

\*\*\* FROHE WEIHNACHTEN \*\*\*